الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2021

شعبة: العلوم التجريبية — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضـــــــــوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=4-\dfrac{4}{u_n+1}$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;3]$ بـ: $f(x)=4-\dfrac{4}{x+1}$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1\le u_n\le 3$.
   ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le 3-u_{n+1}\le \dfrac{1}{2}(3-u_n)$.
   ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le 3-u_n\le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n(3-u_0)$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحتوي كيس على خمس كريات لا نفرق بينها باللمس منها ثلاث كريات بيضاء و كريتين خضراوين. نسحب عشوائيا كريتين على التوالي دون إرجاع و نعتبر الحادثتين A و B حيث A: سحب كريتين من نفس اللون و B: سحب كرية بيضاء على الأقل.

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب.
2. أحسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$.
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المتبقية في الكيس.
   - ✓ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثالث: 05 نقاط

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z-\sqrt{3})(z^2-\sqrt{3}z+1)=0$.

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها

$z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $z_C=\overline{z_B}$ و $z_D=\sqrt{3}$.

1. بين أن النقطة A صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$ ثم استنتج أن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
2. أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.ثم بين أن $1=\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2021}\times\left(z_B\right)^{1441}\times\left(z_C\right)^{1962}$.
3. ليكن f التحويل النقطي الذي يحول النقطة $M\left(z\right)$ إلى النقطة $M'\left(z'\right)$ حيث : $z'=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z-i$.

أ) عين طبيعة التحويل النقطي f محددا عناصره المميزة.

ب) بين أن النقطة B صورة النقطة D بالتحويل النقطي f ثم استنتج طبيعة كلا من المثلث BCD و الرباعي $ABCD$.

4. عين طبيعة المجموعة $\left(E\right)$ مجموعة النقط من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق $Arg\left(z-z_B\right)=Arg\left(\overline{z}-z_C\right)+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

التمرين الرابع:07 نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ بالعبارة: $g\left(x\right)=x-3+4\ln\left(x+1\right)$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. أ) بين أن المعادلة $g\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-1;+\infty\right[$ ثم تحقق أن $0,74<\alpha<0,76$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g\left(x\right)$.

II. f الدالة المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)-\frac{4\ln\left(x+1\right)}{x+1}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}}f\left(x\right)=+\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$.

ب) بين أنه من أجل $x\in\left]-1;+\infty\right[$: $f'\left(x\right)=\frac{g\left(x\right)}{\left(x+1\right)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. أ) بين أن $f\left(\alpha\right)=-\frac{\left(\alpha-3\right)^2}{4\left(\alpha+1\right)}$.

ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f\left(x\right)-f\left(\alpha\right)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $\left]-1;+\infty\right[$ بـ: $h\left(x\right)=\ln\left(x+1\right)$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-h\left(x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و $\left(C_h\right)$.

4. أ) عين احداثيات نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع حاملي محوري الاحداثيات.

ب) أرسم $\left(C_f\right)$ ثم أرسم $\left(C'\right)$ التمثيل البياني للدالة $\left|f\right|$، نأخذ $f\left(\alpha\right)=-0,72$.

انتهـــــــــــى الموضوع الأول

الموضـــــوع الثانـــــــي

التمرين الأول: 04 نقاط

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 1، 2،2 و ثلاث كريات سوداء مرقمة بـ: 1، 2، 3 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الكيس.

1. أحسب احتمال كلا من الحوادث التالية:
   - ✓ A : سحب ثلاث كريات من نفس اللون.
   - ✓ B : سحب ثلاث كريات مجموع أرقامها عدد فردي.
   - ✓ C: سحب ثلاث كريات جداء أرقامها عدد زوجي.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة.
   - ➢ عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E\left(X\right)$.

التمرين الثاني:04 نقاط

$\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ المتتاليتان العدديتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}eu_n + \dfrac{2}{3}e^{n+1} \end{cases}$ و $v_n = u_n - e^n$.

1. أ) بين أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{3}e$ يطلب حساب حدها الأول.

   ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

   ج) أحسب بدلالة n المجموع T_n حيث $T_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.
2. نعتبر المتتالية العددية $\left(w_n\right)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي بـ: $w_n = \ln\left(u_n - v_n\right)$.
   - أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $w_n = n$.
   - ب) بين أن $\left(w_n\right)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
   - ج) ليكن المجموع S_n حيث $S_n = w_0^2 + w_1^2 + ... + w_n^2$.
     - ✓ برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = \dfrac{n\left(n+1\right)\left(2n+1\right)}{6}$.

التمرين الثالث: 05 نقاط

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A، B و C التي لاحقاتها $z_A = 2i$، $z_B = \sqrt{3} + i$ و $z_C = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

1. أ) أكتب كلا من z_A، z_B و z_C على الشكل المثلثي ثم استنتج أن النقط A، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

   ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z_B^n حقيقي سالب تماما.

2. أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_C}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي.

ب) استنتج القيم المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3. f التحويل النقطي الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = 2iz + 4 + 2i$.

✓ بين أن f تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة.

4. عين طبيعة المجموعة (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\left|\overline{z} - \sqrt{3} + i\right| = |iz + 2|$.

<u>التمرين الرابع: 07 نقاط</u>

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x) = e^{2x} - 4x - 1$.

1. أدرس تغيرات الدالة g.
2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الأخر α حيث $0,62 < \alpha < 0,64$.

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \left(2x + \frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-2x} g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. بين أن النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f).
3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ)

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

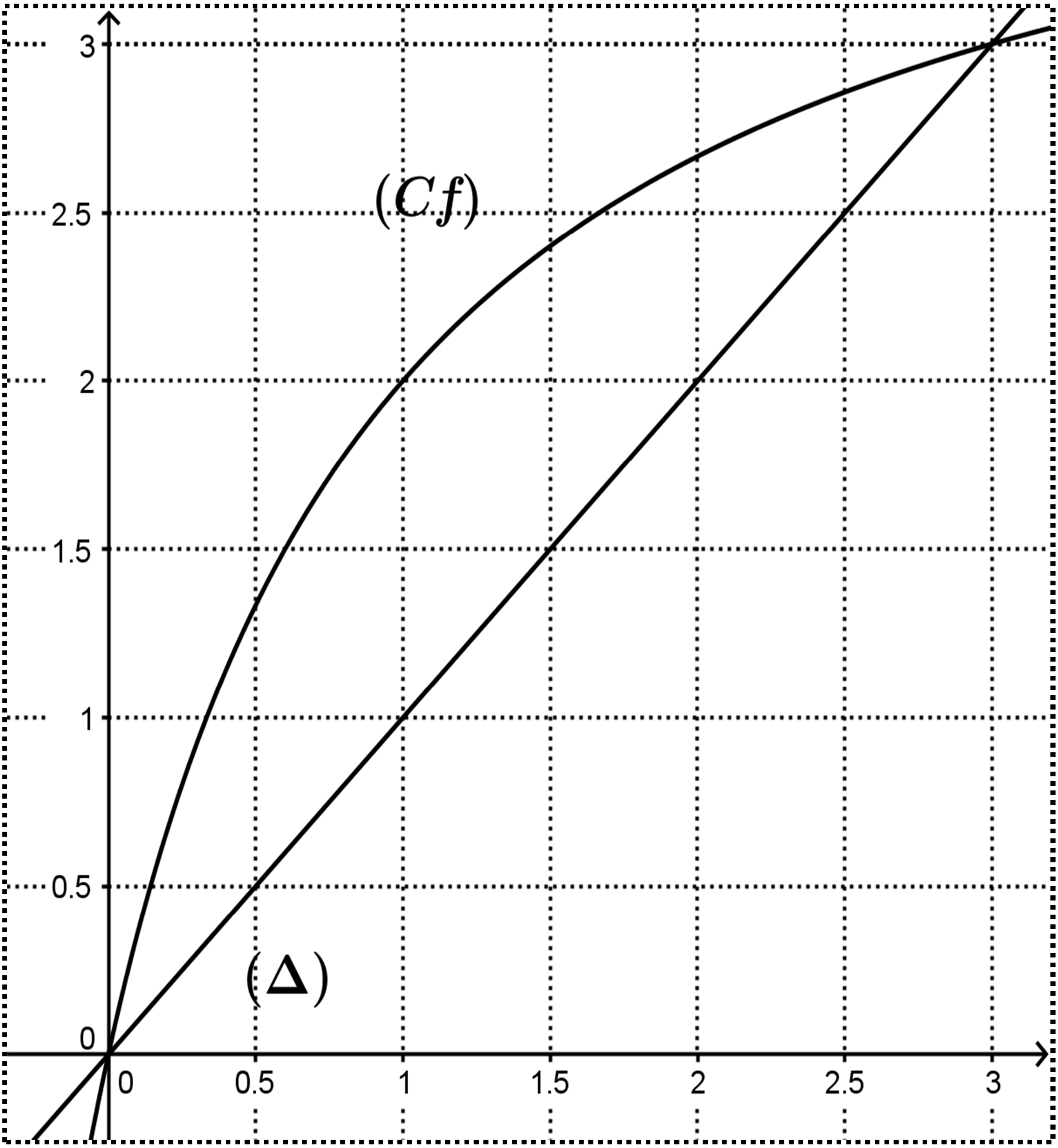
4. أ) أرسم كلا من (Δ)، (T) و (C_f). نقبل أن $\begin{cases} (C_f) \cap (xx') = \{(-0,5;0)\} \\ f(\alpha) = 0,4 \end{cases}$.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين مختلفين في الإشارة.

انتهـــــــــى الموضـــــوع الثاني

الوثيقة المرفقة

الاسم:	اللقب:



التصحيح النموذجي لاختبار البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة: علوم تجريبية

الموضوع الأول

1) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها على حامل محور الفواصل: (0,5)

إعطاء تخمين حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها: (0,25)

من البيان نلاحظ أن: $u_0 < u_1 < u_2 < u_3$ وعليه (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$

ونلاحظ أيضا أن (u_n) متقاربة نحو فاصلة نقطة تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y=x$ $(x=3)$

2) أ) البرهان بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq u_n \leq 3$ (0,75)

نرمز بـ $P(n)$ للخاصية $1 \leq u_n \leq 3$

- لدينا $u_0 = 1$ ولدينا أن $1 \leq 1 \leq 3$ فإن $P(0)$ صحيحة

- نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل $n \in \mathbb{N}$ أي $1 \leq u_n \leq 3$ ونبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي نبرهن أن $1 \leq u_{n+1} \leq 3$

لدينا $1 \leq u_n \leq 3$ ومنه $2 \leq u_n + 1 \leq 4$ ومنه $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{u_n+1} \leq \frac{1}{2}$

ومنه $-2 \leq \frac{-4}{u_n+1} \leq -1$ ومنه $1 \leq 2 \leq 4 - \frac{4}{u_n+1} \leq 3$

وبالتالي $1 \leq u_{n+1} \leq 3$ وعليه $P(n+1)$ صحيحة

ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع نستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq 3$

ب) تبيان أن (u_n) متزايدة تماما: (0,5)

لدينا

$$u_{n+1} - u_n = 4 - \frac{4}{u_n+1} - u_n = \frac{4u_n}{u_n+1} - u_n = \frac{4u_n - u_n^2 - u_n}{u_n+1}$$

ومنه

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3u_n - u_n^2}{u_n+1} = \frac{u_n(3-u_n)}{u_n+1}$$

لدينا $1 \leq u_n \leq 3$ ومنه $u_n + 1 > 0$ و $u_n \geq 0$ و $3 - u_n \geq 0$ وعليه $u_{n+1} - u_n \geq 0$ وبالتالي المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

استنتاج أن (U_n) متقاربة:

بما أن (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فإنها متقاربة.

3) أ) إثبات أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq U_{n+1}-3 \leq \frac{1}{4}(U_n-3)$

لدينا $U_{n+1}-3 = \dfrac{4U_n}{U_n+1} - 3 = \dfrac{4U_n - 3U_n - 3}{U_n+1} = \dfrac{U_n-3}{U_n+1}$

لدينا مما سبق $0 \leq U_n \leq 3$ ومنه $U_n+1>0$ و $U_n-3 \leq 0$ وعليه $U_{n+1}-3 \geq 0$ — (1)

0,25

• استنتاج أن (U_n) متقاربة:

بما أن (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة

0,75

3) إثبات أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - U_n)$

لدينا: $3 - U_{n+1} = 3 - \frac{4U_n}{U_n + 1} = \frac{3U_n + 3 - 4U_n}{U_n + 1} = \frac{3 - U_n}{U_n + 1}$

لدينا سابقا $1 \leq U_n \leq 3$ ومنه $U_n + 1 > 0$ و $3 - U_n \geq 0$ وعليه

$3 - U_{n+1} \geq 0$ ——— ①

لدينا $U_n \geq 1$ ومنه $U_n + 1 \geq 2$ أي $\frac{1}{U_n + 1} \leq \frac{1}{2}$ ومنه

$\frac{3 - U_n}{U_n + 1} \leq \frac{1}{2}(3 - U_n)$ وبالتالي $3 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - U_n)$ ——— ②

من ① و ② نستنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - U_n)$

0,5

ب) استنتاج أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq 3 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - U_0)$

لدينا سابقا $0 \leq 3 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(3 - U_n)$ —

ومنه

$0 \leq 3 - U_1 \leq \frac{1}{2}(3 - U_0)$ — 1

$0 \leq 3 - U_2 \leq \frac{1}{2}(3 - U_1)$ — 2

$\vdots$

$0 \leq 3 - U_n \leq \frac{1}{2}(3 - U_{n-1})$ — n

بضرب المتراجحات $1, 2, \dots, n$ طرفا في طرف نجد:

$0 \leq \cancel{(3 - U_1)}\cancel{(3 - U_2)} \times \dots \times (3 - U_n) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - U_0) \times \cancel{(3 - U_1)} \times \dots \times \cancel{(3 - U_{n-1})}$

وبالتالي: $0 \leq 3 - U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - U_0)$

0,5

حساب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$:

بما أن $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n (3 - U_0) = \lim\limits_{n \to +\infty} 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ فإن $0 \leq \lim\limits_{n \to +\infty} 3 - U_n \leq 0$

أي $\lim\limits_{n \to +\infty} 3 - U_n = 0$ ومنه $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 3$

حل التمرين الثاني:

V V B B B

1) حساب $P(A)$ و $P(B)$:

(0,8) $P(A) = \dfrac{A_3^2 + A_2^2}{A_5^2} = \dfrac{6+2}{20} = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$

(0,8) $P(B) = \dfrac{2A_3^1 \times A_2^1 + A_3^2}{20} = \dfrac{18}{20} = \dfrac{9}{10}$

2) حساب $P(A \cap B)$ ثم استنتاج $P(A \cup B)$:

(0,8) $P(A \cap B) = \dfrac{A_3^2}{20} = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$

(0,8) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \dfrac{2}{5} + \dfrac{9}{10} - \dfrac{3}{10} = \dfrac{10}{10} = 1$

(0,25x6) 3) تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X:

x_i	1	2	3
p_i	$P(X=1) = \dfrac{A_3^2}{20} = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$	$P(X=2) = \dfrac{2A_3^1 A_2^1}{20} = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$	$P(X=3) = \dfrac{A_2^2}{20} = \dfrac{2}{20} = \dfrac{1}{10}$

حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

(0,8) $E(X) = \sum_{i=1}^{3} p_i x_i = \dfrac{3}{10} + \dfrac{6}{5} + \dfrac{3}{10}$

$= \dfrac{18}{10} = \dfrac{9}{5}$

$\boxed{E(X) = \dfrac{9}{5}}$

ومنه

حل التمرين الثالث:

I) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(Z-\sqrt{3})(Z^2-\sqrt{3}Z+1)=0$ (0,75)

لدينا $(Z^2-\sqrt{3}Z+1)(Z-\sqrt{3})=0$ تكافئ $Z=\sqrt{3}$ أو $Z^2-\sqrt{3}Z+1=0$

لدينا المعادلة $Z^2-\sqrt{3}Z+1=0$ وممیزها $\Delta=3-4=-1=i^2$

تقبل حلين مترافقين هما:
$Z_1=\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$

و $Z_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$

ومنه حلول المعادلة (*) هي $\sqrt{3}$ ، $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$

II) لدينا $Z_A=\sqrt{3}+i$ ، $Z_B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ ، $Z_C=\overline{Z_B}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$

و $Z_D=\sqrt{3}$

1) تبيان أن النقطة A هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$: (0,8)

لدينا $Z_{\overrightarrow{BA}}=Z_A-Z_B=\sqrt{3}+i-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$

و $Z_{\overrightarrow{CD}}=Z_D-Z_C=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$

بما أن $Z_{\overrightarrow{BA}}=Z_{\overrightarrow{CD}}$ فإن A هي صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{CD}$

استنتاج أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع: (0,25)

بما أن $Z_{\overrightarrow{BA}}=Z_{\overrightarrow{CD}}$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع ،

2) كتابة كلا من Z_A ، Z_B و Z_C على الشكل الأسي:

لدينا: $Z_A=\sqrt{3}+i=2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ (0,25)

$0,25\times 2$ $Z_B=e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $Z_C=\overline{Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{6}}$

تبيان أن $\left(\dfrac{Z_A}{2}\right)^{2021}\times\left(Z_B\right)^{1441}\times\left(Z_C\right)^{1962}=1$ (0,5)

لدينا: $\left(\dfrac{Z_A}{2}\right)^{2021}\times\left(Z_B\right)^{1441}\times\left(Z_C\right)^{1962}=e^{i\left(\frac{2021\pi+1441\pi-1962\pi}{6}\right)}$

$=e^{i\times 250\pi}=\cos(0)+i\sin 0=1$

3) لدينا $f(M)=M'$ معناه $z' = \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z - i$

0,75 أ) تعيين طبيعة التحويل النقطي f مع تحديد عناصره المميزة:

لدينا $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\in\mathbb{C}^*$ مع $\left|\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right|=1$

ومنه f دوران زاويته θ حيث $\theta=\operatorname{Arg}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ ومركزه

النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=\frac{b}{1-a}=\frac{-i}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i}$

أي $z_\Omega=\frac{-2i}{1-\sqrt{3}i}=\frac{-2i\left(1+\sqrt{3}i\right)}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i=z_C$

وبالتالي f دوران زاويته $\theta=\frac{\pi}{3}$ ومركزه النقطة C.

0,25 ب) تبيان أن النقطة B هي صورة D بالتحويل f:

لدينا $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_D-i=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\sqrt{3}-i$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i-i=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i=z_B$$

0,75 استنتاج طبيعة كل من المثلث BCD والرباعي $ABCD$

لما أن B صورة D بالتحويل f فإن $CB=CD$ و $(\vec{CD};\vec{CB})=\frac{\pi}{3}$

وعليه المثلث BCD متقايس الأضلاع

لدينا مما سبق الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ولما أن $CB=CD$

فإن $ABCD$ معين

4) تعيين طبيعة المجموعة (E) للنقط M ... (*) $\operatorname{Arg}(z-z_B)=\operatorname{Arg}(\bar{z}-\bar{z}_B)+2k\pi$ 0,5

لدينا (*) تكافئ $\operatorname{Arg}(z-z_B)=\operatorname{Arg}\left(\bar{z}-\bar{z}_B\right)+2k\pi$

// $\operatorname{Arg}(z-z_B)=\operatorname{Arg}\left(\overline{z-z_B}\right)+2k\pi$

// $\operatorname{Arg}(z-z_B)=-\operatorname{Arg}(z-z_B)+2k\pi$

// $\operatorname{Arg}(z-z_B)^2=2k\pi$

وتكافئ $2\operatorname{Arg}(z-z_B)=2k\pi$ أي $\operatorname{Arg}(z-z_B)=k\pi$

أي $(\vec{u};\vec{BM})=k\pi$ وبالتالي المجموعة (E) هي المستقيم (BM) الموازي لحامل محور الفواصل ماعدا النقطة B.

حل التمرين الرابع :

I) لدينا $g(x)=x-3+4\ln(x+1)$ حيث $D_g=]-1,+\infty[$ (1,25)

1) دراسة تغيرات الدالة g :

حساب النهايات :

$$\lim_{x \to -1^{>}} g(x) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$$

حساب $g'(x)$:

الدالة g قابلة للإشتقاق على المجال $]-1,+\infty[$ حيث :

$$g'(x) = 1 + \frac{4}{x+1} > 0$$

بما أن $g'(x)>0$ فإن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-1,+\infty[$

تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	-1	α	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	0	↗ $+\infty$

2) أ) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,+\infty[$: (0,5)

لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ وبما أن $\lim_{x\to -1^{>}} g(x) \times \lim_{x\to+\infty} g(x)<0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة نستنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1;+\infty[$.

(0,25) **التحقق أن $0,74 < \alpha < 0,76$**

بما أن $g(0,74)\times g(0,76)<0$ لأن $\begin{cases} g(0,74) = -0,04 \\ g(0,76) = 0,02 \end{cases}$ فإن

$$0,74 < \alpha < 0,76 .$$

ب) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$: (0,25)

x	-1	α	$+\infty$
$g(x)$	−	0	+

II) لدينا $f(x)=\ln(x+1)-\dfrac{4\ln(x+1)}{x+1}$ حيث $D_f=]-1,+\infty[$

1) أ) تبيان أن $\lim\limits_{x\to -1} f(x)=+\infty$ و حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (0,5)

لدينا

$$\lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to -1}\ln(x+1)\left(1-\frac{4}{x+1}\right)=+\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\ln(x+1)-4\frac{\ln(x+1)}{x+1}=+\infty$$

ب) تبيان أنه من أجل $x\in]-1,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$ (0,5)

لدينا الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $]-1,+\infty[$ حيث:

$$f'(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{\frac{4}{x+1}\times(x+1)-4\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{1}{x+1}-\frac{4-4\ln(x+1)}{(x+1)^2}=\frac{x+1-4+4\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

ومنه $f'(x)=\dfrac{x-3+4\ln(x+1)}{(x+1)^2}=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

(0,5) تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

2) أ) تبيان أن $f(\alpha)=-\dfrac{(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$ (0,5)

~~$f(\alpha)=\frac{1}{4}\alpha+1-\frac{1}{\alpha+1}$~~

لدينا $f(\alpha)=\ln(\alpha+1)-\dfrac{4\ln(\alpha+1)}{\alpha+1}$ مع $\ln(\alpha+1)=\dfrac{3-\alpha}{4}$

ومنه $f(\alpha)=\dfrac{3-\alpha}{4}-\dfrac{3-\alpha}{\alpha+1}=(3-\alpha)\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{\alpha+1}\right)$

$$=(3-\alpha)\left(\frac{\alpha-3}{4(\alpha+1)}\right)=-\frac{(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$$

ومنه $f(\alpha) = -\dfrac{(\alpha-3)^2}{4(\alpha+1)}$

0,28

ب) أحسب دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

لدينا $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha} = f'(\alpha) = 0$ لأن $f'(\alpha) = \dfrac{g(\alpha)}{(\alpha+1)^2} = 0$

0,28

التفسير البياني:

نقول أن (C_f) يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة α.

3) لدينا $h(x) = \ln(x+1)$ مع $D_h =]-1,+\infty[$

0,28

أ) حساب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-h(x)$

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} -4\dfrac{\ln(x+1)}{x+1} = 0$

0,25

التفسير البياني:

نقول أن (C_f) و (C_h) متقاربان عند $+\infty$.

0,18

ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (C_h):

لدينا $f(x)-h(x)=0$ تكافئ $-4\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}=0$ تكافئ $\ln(x+1)=0$

أي $x+1=1$ ومنه $x=0$ وعليه الوضع النسبي لـ (C_h) و (C_f)

يكون كالتالي:

x	-1		0		$+\infty$
$f(x)-h(x)$		$+$	0	$-$	
الوضع النسبي		(C_f) أعلى (C_h)	(C_f) يقطع (C_h)	(C_f) أسفل (C_h)	

8

4) 4| تعيين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات 0,75

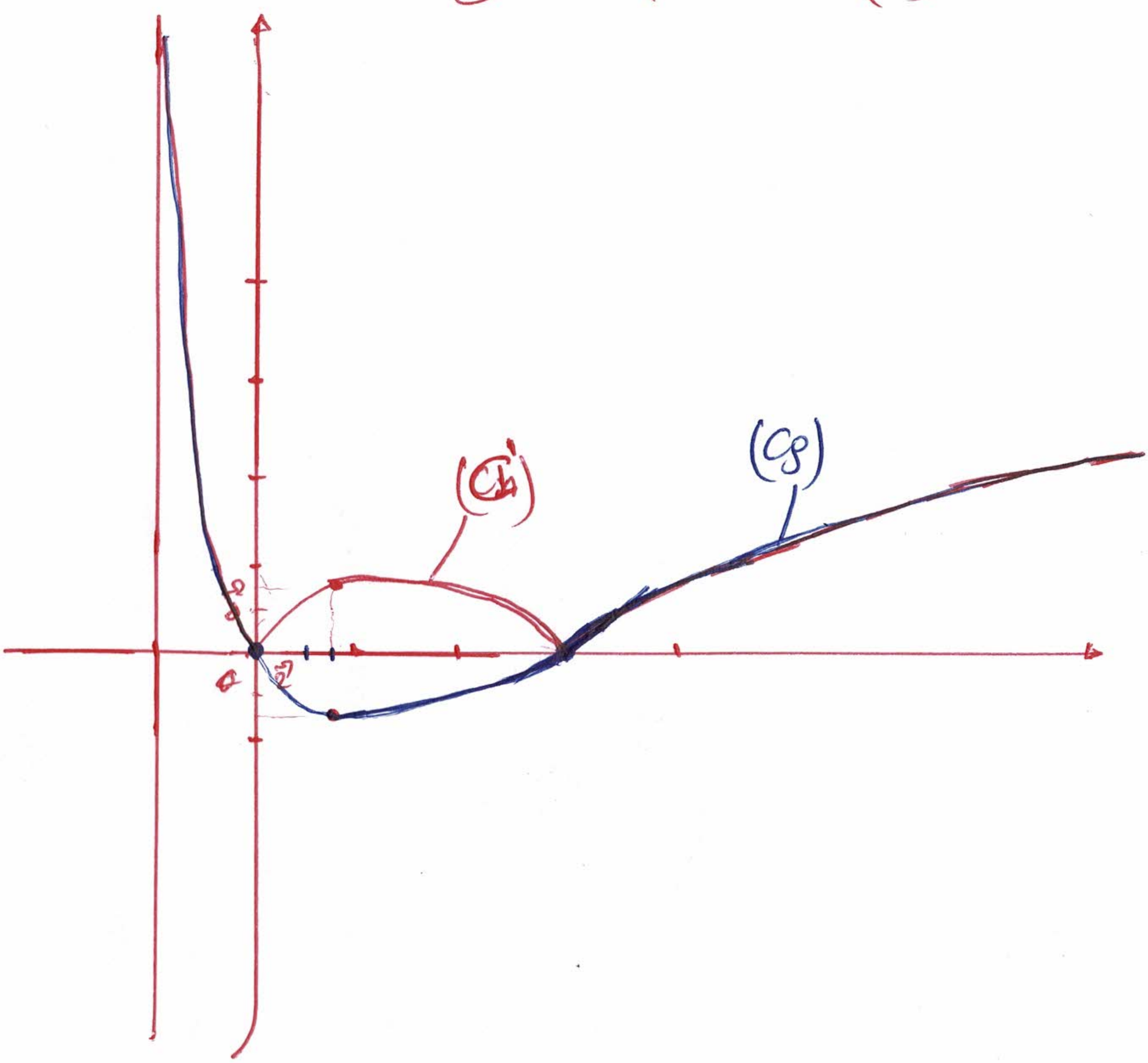
لدينا $f(x)=0$ تكافئ $\ln(x+1)\left(1-\frac{4}{x+1}\right)=0$

وتكافئ $\ln(x+1)=0$ أو $\frac{x-3}{x+1}=0$ ومنه $\begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$ أو

وعليه $(C_f)\cap(xx')=\{(0;0);(3;0)\}$

و $(C_f)\cap(yy')=\{(0;0)\}$

ب) رسم (C_f) ثم رسم (C') المنحنى الممثل للدالة h: 0,5



9

الموضوع الثاني :

حل التمرين الأول :

$$\begin{matrix} R_1 & R_2 & & N_1 & \\ R_1 & R_2 & & N_2 & N_3 \end{matrix}$$

1) حساب احتمال كل من الحوادث التالية :

0,8 $P(A) = \dfrac{C_4^3 + C_3^3}{C_7^3} = \dfrac{5}{35} = \dfrac{1}{7}$

0,8 $P(B) = \dfrac{C_3^3 + C_3^2 \times C_3^1 + C_3^2 \times C_1^1}{35} = \dfrac{13}{35}$

0,8 $P(C) = \dfrac{C_3^3 + C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1 + 2 \times C_3^2 \times C_3^1 + C_3^2 \times C_1^1}{35}$

$= \dfrac{31}{35}$

2

2) تعريف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

x_i	1	2	3	4	6	8	12
P_i	$\frac{1}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{3}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{9}{35}$	$\frac{1}{35}$	$\frac{3}{35}$

$P(X=1) = \dfrac{C_3^3}{35} = \dfrac{1}{35}$, $P(X=2) = \dfrac{C_3^2 \times C_3^1}{35} = \dfrac{9}{35}$

$P(X=3) = \dfrac{C_3^2 \times C_1^1}{35} = \dfrac{3}{35}$, $P(X=4) = \dfrac{C_3^2 \times C_3^1}{35} = \dfrac{9}{35}$

$P(X=6) = \dfrac{C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{35} = \dfrac{9}{35}$, $P(X=8) = \dfrac{C_3^3}{35} = \dfrac{1}{35}$

$P(X=12) = \dfrac{C_3^2 \times C_1^1}{35} = \dfrac{3}{35}$

حساب $E(X)$:

0,5 $E(X) = \dfrac{1+18+9+36+54+8+36}{35} = \dfrac{162}{35}$

حل التمرين الثاني:

لدينا $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3} e U_n + \frac{2}{3} e^{n+1} \end{cases}$ و $V_n = U_n - e^n$

1) أ) تبيان أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}e$ يطلب حساب حدها الأول: 0,75

لدينا $V_{n+1} = U_{n+1} - e^{n+1} = \frac{1}{3} e U_n + \frac{2}{3} e^{n+1} - e^{n+1}$

$= \frac{1}{3} e U_n - \frac{1}{3} e^{n+1} = \frac{1}{3} e U_n - \frac{1}{3} e \times e^n$

ومنه $V_{n+1} = \frac{1}{3} e (U_n - e^n) = \frac{1}{3} e V_n$

وبالتالي (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}e$ وحدها الأول

$V_0 = U_0 - e^0 = 2 - 1 = 1$

0,25 ب) كتابة V_n بدلالة n:

لدينا من أجل $n \in \mathbb{N}$: $V_n = V_0 \times q^n = \left(\frac{1}{3}e\right)^n$

0,25 استنتاج U_n بدلالة n:

لدينا $V_n = U_n - e^n$ ومنه $U_n = V_n + e^n = \left(\frac{1}{3}e\right)^n + e^n$

ج) حساب بدلالة n المجموع T_n حيث: $T_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$

0,75 $T_n = \dfrac{1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}e} = \dfrac{1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}}{\frac{2}{3}e} = \frac{3}{2}e\left(1 - \left(\frac{1}{3}e\right)^{n+1}\right)$

2) لدينا: $W_n = \ln(U_n - V_n)$

0,5 أ) التحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $W_n = n$

لدينا

$W_n = \ln(U_n - V_n) = \ln e^n = n$

0,75 ب) تبيان أن (W_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول:

لدينا $W_{n+1} = W_n + 1$ ومنه (W_n) م ح أساسها 1 و

حدها الأول $W_0 = 0$

ج) لدينا $S_n = W_1^2 + W_2^2 + \cdots + W_n^2$

البرهان بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

0,75 نرمز $P(n)$ للخاصية $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

لدينا $W_1^2 = 1^2 = 1$ و $S_1 = \frac{1(2)\times 3}{6} = \frac{6}{6} = 1$

ومنه $P(1)$ صحيحة

نفرض أن $P(n)$ صحيحة من أجل $n \in \mathbb{N}$ ونبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة

أي نبرهن أن $S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

لدينا $S_{n+1} = S_n + W_{n+1}^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + (n+1)^2$

ومنه

$$S_{n+1} = \frac{n(n+1)(2n+1) + 6(n+1)^2}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(2n^2+n+6n+6)}{6}$$

$$= \frac{(n+1)(2n^2+7n+6)}{6}$$

ولدينا من جهة أخرى: $(n+2)(2n+3) = 2n^2+7n+6$

وعليه $S_{n+1} = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$

ومنه $P(n+1)$ صحيحة وعليه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإنه من أجل $n \in \mathbb{N}$:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

حل التمرين الثالث:

لدينا $z_A = 2i$. $z_B = \sqrt{3}+i$ و $z_C = \sqrt{2}+\sqrt{2}i$

1) أ) كتابة كلا من z_A . z_B و z_C على الشكل الأسي (المثلثي): (1)

$$z_A = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) \quad , \quad z_B = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$

$$z_C = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

0,5 استنتاج أن النقط A . B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها:

لدينا $|z_A| = |z_B| = |z_C| = 2$ أي $OA = OB = OC = 2$

ومنه النقط A . B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2.

ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها z_B^n حقيقيا سالبا تماما. 0,5

z_B^n حقيقي سالب تماما معناه $\arg(z_B^n) = \pi + 2k\pi$ أي

$n\frac{\pi}{6} = \pi + 2k\pi$ ومنه $n = 6 + 12k$

حيث $k \in \mathbb{N}$

2) أ) كتابة $\frac{z_C}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي:

0,5 $$\frac{z_C}{z_B} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}i}{\sqrt{3}+i} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{2}i)(\sqrt{3}-i)}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}i+\sqrt{6}i+\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}i$$

0,25 $$\frac{z_C}{z_B} = \cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}$$

ب) استنتاج القيم المضبوطة لـ $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

بالمطابقة بين الشكل المثلثي والجبري نجد:

0,25x2 $$\begin{cases} \cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \\ \sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \end{cases}$$

3) لدينا $f(M) = M'$ معناه $z' = 2iz + 4 + 2i$

ب) تبيان أن f تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة

0,25

لما أن $2i \in \mathbb{C}^*$ مع $|2i| \neq 1$ فإن f تشابه مباشر

نسبته $k = |2i| = 2$ و زاويته $\theta = \arg(2i) = \frac{\pi}{2}$ و مركزه

0,25×3

النقطة Ω ذات اللاحقة

$$z_\Omega = \frac{b}{1-a} = \frac{4+2i}{1-2i} = \frac{(4+2i)(1+2i)}{5} = \frac{4+8i+2i-4}{5}$$

أي $z_\Omega = 2i = z_A$

4) تعيين طبيعة المجموعة (S) التي تحقق $|\bar{z} - \sqrt{3} + i| = |iz + 2|$

0,75

لدينا تكافؤ $|\bar{z} - (\sqrt{3} - i)| = \left|i\left(z + \frac{2}{i}\right)\right|$

وتكافؤ $|\bar{z} - \bar{z}_B| = |i|\,|z - 2i|$

$|\overline{z - z_B}| = |z - z_A|$

$|z - z_B| = |z - z_A|$

$MA = MB$

ومنه المجموعة S هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

حل التمرين الرابع :

I) لدينا $g(x)=e^{2x}-4x-1$ حيث $D_g=\mathbb{R}$

(1,25)

1) دراسة تغيرات الدالة g :

حساب النهايات :

$\lim_{x\to -\infty} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to +\infty} g(x)=\lim_{x\to +\infty} e^{x}\left(e^{x}-4\frac{x}{e^{x}}-\frac{1}{e^{x}}\right)=+\infty$

حساب $g'(x)$:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$: $g'(x)=2e^{2x}-4$

دراسة حساب قيم و إشارة $g'(x)$:

لدينا $g'(x)=0$ تكافئ $2e^{2x}-4=0$ أي $e^{2x}=2$ ومنه $2x=\ln 2$

و منه $x=\ln\sqrt{2}$

ومنه إشارة $g'(x)$ تكون كالتالي :

x	$-\infty$		$\ln\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه الدالة g متناقصة على المجال $]-\infty;\ln\sqrt{2}]$

ومتزايدة على المجال $[\ln\sqrt{2};+\infty[$.

تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

x	$-\infty$	0	$\ln\sqrt{2}$	α	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	0	$1-2\ln 2$	0	↗ $+\infty$

$g(\ln\sqrt{2})=e^{2\ln\sqrt{2}}-4\ln\sqrt{2}-1=2-\ln 4-1$
$=1-2\ln 2$

ب) تبيان أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم والآخر α

حيث $0,62<\alpha<0,64$

(0,25)

لدينا $g(0)=0$

(0,8) لدينا الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]\ln\sqrt{2}; +\infty[$

وبالخصوص على المجال $]0,62; 0,64[$ و $g(0,62)\times g(0,64) < 0$

لأن: $\begin{cases} g(0,62) \approx -0,02 \\ g(0,64) \approx 0,03 \end{cases}$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]0,62; 0,64[$ ②

من ① و ② نستنتج أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم

والآخر α حيث $0,62 < \alpha < 0,64$

(0,8)

ب) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

II) حيث $f(x) = \left(2x+\frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

1) أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(2x+\frac{3}{2}\right)e^{-2x} + x - 1 = -\infty$$

(0,25×2)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{2e^{2x}} + x - 1 = +\infty$$

(0,8)

ب) تبيان أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x) = e^{-2x} g(x)$:

لدينا من أجل $x\in\mathbb{R}$:

$$f'(x) = 2e^{-2x} - 2e^{-2x}\left(2x+\frac{3}{2}\right) + 1$$

$$= e^{-2x}\left(2 - 4x - 3 + e^{2x}\right) = e^{-2x}\left(e^{2x} - 4x - 1\right)$$

ومنه

$$f'(x) = e^{-2x} g(x)$$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f:

$f(0) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

(0,8)

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{1}{2}$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

0,5

2) تبيان أن النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f).

لدينا $f'(x) = e^{-2x} g(x)$

ومنه: $f''(x) = -2e^{-2x} g(x) + g'(x) e^{-2x}$

$= e^{-2x}\left(-2g(x) + g'(x)\right)$

0,25

$= e^{-2x}\left(-2e^{2x} + 8x + 2 + 2e^{2x} - 4\right)$

ومنه $f''(x) = (8x-2)e^{-2x}$

لدينا $f''(x) = 0$ تكافئ $x = \frac{1}{4}$ ومنه اشارة $f''(x)$ تكون كالتالي:

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

بما أن f'' انعدمت من أجل $x = \frac{1}{4}$ وغيرت اشارتها فإن النقطة $\Omega\left(\frac{1}{4}; f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ أي $\Omega\left(\frac{1}{4}; 2e^{-\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) لأن:

$f\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} - 1 = 2e^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{4}$

3) أ) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

0,25

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-1) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(2x+\frac{3}{2}\right)e^{-2x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{3}{2e^{2x}} = 0$

ومنه (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

ب) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ):

0,5

لدينا $f(x)-(x-1) = 0$ تكافئ $2x+\frac{3}{2} = 0$ لأن $e^{-2x} \neq 0$

ومنه $2x = -\frac{3}{2}$ أي $x = -\frac{3}{4}$

وعليه الوضع النسبي يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	
الوضع النسبي		(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)	

د) تبيان أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب تعيين معادلة له

لدينا $f'(x) = 1$ أي $g(x) = e^{2x}$ ومنه $-4x - 1 = 0$ **0,5**

ومنه $x = -\frac{1}{4}$ وعليه (C_f) يقبل مماسا (T) موازي لـ (Δ) معادلته هي:

$$y = x + \frac{1}{4} + f\left(-\frac{1}{4}\right)$$

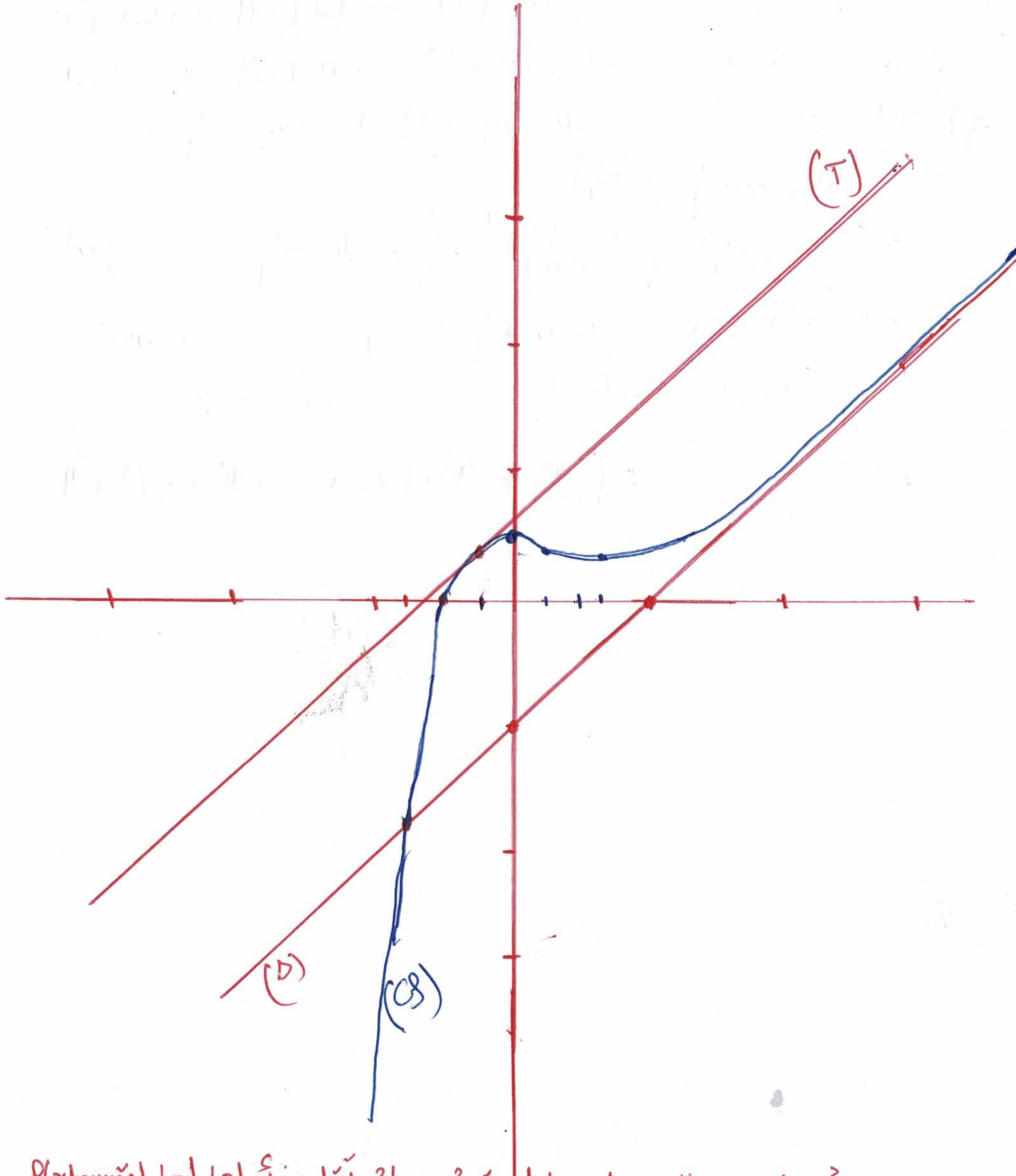
لدينا $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)e^{\frac{1}{2}} - \frac{5}{4} = \sqrt{e} - \frac{5}{4}$

ومنه . $y = x + \frac{1}{4} + \sqrt{e} - \frac{5}{4}$ ومنه معادلة لـ (T)

$$\boxed{y = x + \sqrt{e} - 1}$$

هو:

4) أ/ رسم كلا من (Δ) . (T) و (C_f) : **0,75**



د) أحسب بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x)=x+m$ حلين مختلفين في الإشارة

0,25

لدينا من أجل $m \in]-1 ; \frac{1}{2}[$ فإن المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة.

الوثيقة المرفقة

الاسم:	اللقب: